

文章编号 1004-924X(2004)02-0129-05

四元数矩阵在航天相机像面位置求解中的应用

刘延斌¹, 许 晖¹, 徐长吉², 安 源¹, 王 智¹, 金 光¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 长春理工大学, 吉林 长春 130022)

摘要: 研究了四元数矩阵在航天相机像面位置求解中的应用。提出了一种功能等同于齐次旋转变换矩阵的改进的四元数变换矩阵, 并依据多体系统理论, 利用改进的四元数变换矩阵和齐次坐标变换矩阵两种方法推导出了对应于地面景物的两种航天相机的像面位置模型, 阐述了利用四元数实时求解的算法来获得各像点的像面位置的实时解的方法。同时对这两种求解方法进行了计算机模拟。结果证明, 利用改进的四元数变换矩阵方法的求解速度比利用齐次坐标变换矩阵的方法快一些。

关键词: 航天相机; 四元数; 像移补偿; 坐标变换

中图分类号: V447.3 **文献标识码:** A

Application of quaternion matrix in resolution of aerospace camera image plane position

LIU Yan bin¹, XU Hui¹, XU Chang ji², AN Yuan¹, WANG Zhi¹, JIN Guang¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: An improved quaternion transformation matrix with function equal to that of corresponding uniform rotation linear coordinate transformation matrix is proposed, and the equation of the corresponding ground scenery position in image plane is derived using the quaternion transformation method and the uniform linear coordinate transformation method and the real time resolution method for corresponding ground scenery position in image position is derived using real-time resolution method for quaternion. Computer simulations made for the two solution methods proves that the solution speed of improved quaternion matrix arithmetic is faster than that of the coordinate transformation arithmetic.

Key words: aerospace camera; quaternion; image motion compensation; coordinate transformation

1 引言^[1]

像移补偿是提高航天相机地面分辨率的有效技术方法, 但国内像移补偿技术还需要进一步提

高和完善, 其中需要解决的一个重要问题就是获得准确的像移速度矢。传统的办法是利用坐标变换等方法求得像面位置矢量, 然后将其对时间微

分获得速度矢, 这样得到的速度表达式很多是关于运动参数的三角函数, 因此在很大程度上影响了数据运算的实时性和精确性, 而且也难保证像移速度矢量的准确性。本文正是基于这个原因, 提出了一套以四元数变换矩阵和四元数运动学方程为核心的求解像面位置矢量的数学模型。通过对以坐标变换方法和以四元数与坐标变换相结合的方法建立的数学模型比较, 论证了用后一种方法实现实时地获得精度数据的可行性。

2 改进的四元数变换矩阵

2.1 坐标齐次变换矩阵

坐标齐次变换矩阵是实现从一个坐标系列阵到另一个坐标系列阵转换的行之有效的方法, 如果用 r 表示刚体在惯性坐标系中的位置矢量, 用 r' 表示刚体在刚体坐标系中的矢量, 用 A 表示坐标齐次变换矩阵, 那么可有如下关系式:

$$\begin{bmatrix} r \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} r' \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

坐标齐次变换矩阵 A 由两种变换矩阵组成, 一种是旋转齐次变换矩阵 R :

$$R = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } C \text{ 为 } 3 \times 3 \text{ 方向余弦矩阵;}$$

另一种就是平移齐次变换矩阵 T : $T =$

$$\begin{bmatrix} 0 & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } p \text{ 为 } 3 \times 1 \text{ 位置列阵。}$$

2.2 四元数变换矩阵

作定点转动的刚体从某一位置运动到另一任意位置, 总可以由绕通过定点的某根轴线的一次有限转动来实现, 这是欧拉定理所描述的。根据欧拉定理, 将这根轴线的单位矢量用 u 来表示, 刚体绕这根轴转过的有限角度用 α 表示, 那么四元数(亦即欧拉参数)就可以按如下式子获得:

$$q_0 = \cos \frac{\alpha}{2}, [q_1, q_2, q_3]^T = u \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (2)$$

四元数也可用下面形式表示:

$$q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3,$$

旋转齐次变换矩阵 R 中的 C 可以用四元数表示如下:

$$C = 2 \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - \frac{1}{2} & q_1 q_2 - q_0 q_3 & q_1 q_3 + q_0 q_2 \\ q_1 q_2 + q_0 q_3 & q_0^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} & q_2 q_3 - q_0 q_1 \\ q_1 q_3 - q_0 q_2 & q_2 q_3 + q_0 q_1 & q_0^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

但可以看出, 此式较繁琐且含二次项, 为了简化 R 的矩阵, 可以按下式来构造 R :

$$R = \begin{bmatrix} q_0 & -q_3 & q_2 & -q_1 \\ q_3 & q_0 & -q_1 & -q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_0 & -q_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_0 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_0 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

这样就相对简化了 R 的矩阵表示形式, 而且去掉了二次项, 此式正是本文着重提出的改进的四元数变换矩阵。

3 利用坐标齐次变换建立航天相机的像面位置方程^[23]

3.1 坐标系的建立

各坐标系的建立, 如图 1 所示。

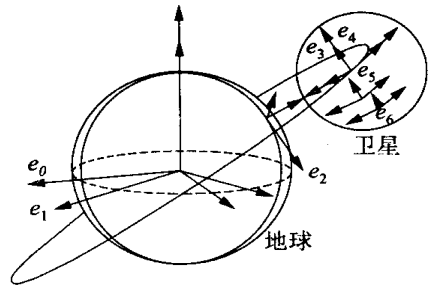


图 1 坐标系设置
Fig. 1 Reference frame

(1) 天体坐标系 e_0

地心为坐标原点, Z_0 轴指向天极, X_0 指向春分点;

(2) 地球坐标系 e_1

地心为坐标原点, Z_1 轴指向天极(与天体坐标系的 Z_0 轴重合), X_1 轴指向零度经线和零度纬线的交点;

(3) 地平坐标系 e_2

地物所在的地球表面的位置为坐标原点, Z_2 方向为地表的外法向(即 XY 平面与地表面相

切), X_2 轴指南极;

(4) 轨道坐标系 e_3

坐标系中心位于轨道之上, X_3 轴指向轨道前向, Y_3 轴指向天体坐标系之原点(实际上是地心);

(5) 卫星坐标系 e_4

质心为坐标原点, X_4 轴为设计指向卫星的头部(即卫星的前进方向), Y_4 轴为设计指向地心;

(6) 相机镜头坐标系 e_5

摄像物镜中心为坐标原点, Y_5 轴与光轴重合且指向地心方向, X_5 轴与卫星前进方向平行;

(7) 像平面坐标系 e_6

相平面几何中心为坐标原点, Y_6 轴与光轴重合且指向物方, X_6 轴与卫星前进方向平行。

3.2 地面景物各点在像平面上的成像位置方程

3.2.1 计算第一路径地物的天体坐标

地平 \rightarrow 地球 \rightarrow 天体

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{de} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

3.2.2 计算第二路径地物的天体坐标

相机镜头 \rightarrow 卫星 \rightarrow 轨道 \rightarrow 天体

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{de} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i & 0 \\ 0 & \sin i & \cos i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R+H \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 & 0 & 0 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_p & 0 & \sin \phi_p & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_p & 0 & \cos \phi_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \cos \phi_f & -\sin \phi_f & 0 & 0 \\ \sin \phi_f & \cos \phi_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_h & -\sin \phi_h & 0 \\ 0 & \sin \phi_h & \cos \phi_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_m \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

3.2.3 求取地面景物在航天相机物镜坐标系和像平面坐标系中坐标列阵的关系式^[45]

根据物镜的光学成像原理可得如下关系式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_m \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{r}_m(2)/f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{r}_m(2)/f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{r}_m(2)/f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{ph} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

那么联立以上各式就可得出像平面空间的坐标列阵: $\mathbf{r}_{ph}(3 \times 1)$

而 $\mathbf{r}_{ph}(2)$ 始终为零, 所以 $\mathbf{r}_{ph}(1)$ 、 $\mathbf{r}_{ph}(3)$ 即为对应地面景物在像平面的位置。

式中:

β 为地球相对天体空间的实时转角;

α 为卫星相对地心在轨道平面内扫过的角度;

ϕ_p 、 ϕ_f 、 ϕ_h 为卫星偏航角、俯仰角、横滚角;

θ 、 φ 、 R 为地球经度、纬度、半径;

H 为卫星轨道到地面高度;

h 为地物高度;

γ 为卫星轨道与赤道的升交点相对于春分点的赤经(角度);

i 为卫星轨道平面相对于赤道面的倾角;

b 为相机镜头相对于质心的距离;

f 为相机物镜焦距。

4 利用改进的四元数变换矩阵和坐标齐次变换矩阵建立航天相机的像面位置方程

4.1 像面位置方程的建立

此方法中各坐标系的建立与上一方法相同, 这样根据坐标变换可得如下地面景物在物镜坐标系和地平坐标系中的坐标列阵的关系式:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_m \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^3q_0 & {}^3q_3 & -{}^3q_2 & -{}^3q_1 \\ -{}^3q_3 & {}^3q_0 & {}^3q_1 & -{}^3q_2 \\ {}^3q_2 & -{}^3q_1 & {}^3q_0 & -{}^3q_3 \\ {}^3q_1 & {}^3q_2 & {}^3q_3 & {}^3q_0 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} {}^3q_0 & {}^3q_3 & -{}^3q_2 & {}^3q_1 \\ -{}^3q_3 & {}^3q_0 & {}^3q_1 & {}^3q_2 \\ {}^3q_2 & -{}^3q_1 & {}^3q_0 & {}^3q_3 \\ -{}^3q_1 & -{}^3q_2 & -{}^3q_3 & {}^3q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -R-H \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^2q_0 & {}^2q_3 & 0 & 0 \\ -{}^2q_3 & {}^2q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^2q_0 & -{}^2q_3 \\ 0 & 0 & {}^2q_3 & {}^2q_0 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} {}^2q_0 & {}^2q_3 & 0 & 0 \\ -{}^2q_3 & {}^2q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^2q_0 & {}^2q_3 \\ 0 & 0 & -{}^2q_3 & {}^2q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i & 0 \\ 0 & -\sin i & \cos i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1q_0 & -{}^1q_3 & 0 & 0 \\ {}^1q_3 & {}^1q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^1q_0 & -{}^1q_3 \\ 0 & 0 & {}^1q_3 & {}^1q_0 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} {}^1q_0 & -{}^1q_3 & 0 & 0 \\ {}^1q_3 & {}^1q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^1q_0 & {}^1q_3 \\ 0 & 0 & -{}^1q_3 & {}^1q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

将式(8)与式(7)联立,就可求得对应地面景物在像平面坐标系中的坐标列阵: $\mathbf{r}_{ph}(3 \times 1)$ 。

上述公式中 $\mathbf{q} = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ 为四元数的矢量列阵,其中四元数与转角的关系为:

$$\begin{cases} {}^1\mathbf{q} = \cos \frac{\beta}{2} + k \sin \frac{\beta}{2} \\ {}^2\mathbf{q} = \cos \frac{\alpha}{2} + k \sin \frac{\alpha}{2} \\ {}^3\mathbf{q} = \mathbf{q}_p \mathbf{q}_r \mathbf{q}_h \end{cases}, \quad (9)$$

式(9)中:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_p = \cos \frac{\phi_p}{2} + j \sin \frac{\phi_p}{2} \\ \mathbf{q}_r = \cos \frac{\phi_r}{2} + k \sin \frac{\phi_r}{2} \\ \mathbf{q}_h = \cos \frac{\phi_h}{2} + i \sin \frac{\phi_h}{2} \end{cases}, \quad (10)$$

因此,可以将式(9)、(10)代入式(7)和式(8)中来求得

坐标列阵 \mathbf{r}_{ph} 。下面详细介绍一下该数学模型中四元数的实时更新和确定初值的方法。

4.2 四元数实时求解

由于在方程(7)、(8)中包含3个四元数 ${}^1\mathbf{q}$ 、 ${}^2\mathbf{q}$ 、 ${}^3\mathbf{q}$,下面以卫星相对轨道的姿态四元数 ${}^3\mathbf{q}$ 的实时求解为例,对此给予详细说明。

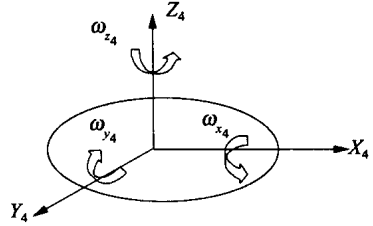


图 2 卫星的角运动

Fig. 2 Angular motion of satellite

假设卫星的角运动是刚体角运动,陀螺输出为脉冲信号,卫星在其连体基中的角速度为 ω_{x4} 、 ω_{y4} 、 ω_{z4} ,如图 2 所示。在已知卫星的初始四元数,则可用下述的更新算法来实时求解四元数。

设卫星从第 $(n-1)$ 次采样时间到第 n 次采样时间内的转角增量为:

$$\begin{cases} \delta x_4(n) = \int_{t_{n-1}}^n \omega_{x_4}(n) dt \\ \delta y_4(n) = \int_{t_{n-1}}^n \omega_{y_4}(n) dt \\ \delta z_4(n) = \int_{t_{n-1}}^n \omega_{z_4}(n) dt \end{cases}, \quad (11)$$

式中 $\delta x_4(n)$ 、 $\delta y_4(n)$ 、 $\delta z_4(n)$ 分别为从第 $n-1$ 次到第 n 次采样时间内卫星绕其连体坐标系 3 个坐标轴的转角增量, t_{n-1} 、 t_n 分别为第 $n-1$ 次、第 n 次采样时刻 ($n = 1, 2, 3, \dots$)。

从第 $n-1$ 次到第 n 次采样时间内,卫星转角增量的模为:

$$\delta(n) = \sqrt{[\delta x_4(n)]^2 + [\delta y_4(n)]^2 + [\delta z_4(n)]^2}, \quad (12)$$

在参考文献的基础上,将更新后的四元数写成更为精确的形式:

$$\begin{bmatrix} {}^3q_0 \\ {}^3q_1 \\ {}^3q_2 \\ {}^3q_3 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} {}^3q_0 & -{}^3q_1 & -{}^3q_2 & -{}^3q_3 \\ {}^3q_1 & {}^3q_0 & -{}^3q_3 & {}^3q_2 \\ {}^3q_2 & {}^3q_3 & {}^3q_0 & -{}^3q_1 \\ {}^3q_3 & -{}^3q_2 & {}^3q_1 & {}^3q_0 \end{bmatrix}_{k-1} \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta \theta(n)}{2} \\ \frac{\delta \theta_{x_4}(n)}{\delta \theta(n)} \sin \frac{\delta \theta(n)}{2} \\ \frac{\delta \theta_{y_4}(n)}{\delta \theta(n)} \sin \frac{\delta \theta(n)}{2} \\ \frac{\delta \theta_{z_4}(n)}{\delta \theta(n)} \sin \frac{\delta \theta(n)}{2} \end{bmatrix}_k,$$

其中 $\cos \frac{\delta\theta}{2}$ 、 $\sin \frac{\delta\theta}{2}$ 由于 $\delta\theta$ 很小, 所以可以根据工程的精度要求, 分别将这两个函数在其收敛域 $[-\infty, +\infty]$ 内展开成泰勒级数:

$$\sin \frac{\delta\theta}{2} = \frac{\delta\theta}{2} - \frac{(\delta\theta)^3}{48} + \frac{(\delta\theta)^5}{3840} - \frac{(\delta\theta)^7}{645120} + \dots, \quad (14)$$

$$\cos \frac{\delta\theta}{2} = 1 - \frac{(\delta\theta)^2}{8} + \frac{(\delta\theta)^4}{384} - \frac{(\delta\theta)^6}{46080} + \dots, \quad (15)$$

另外, 还需获得第 1 次采样时刻 ($n=1$) 的初始四元数 ${}^3q(0)$, 由式 (9)、(10) 可知:

$${}^3q(0) = {}^3q_p(0) \cdot {}^3q_f(0) \cdot {}^3q_h(0), \quad (16)$$

而

$$\begin{cases} {}^3q_p(0) = \cos \frac{\phi_p(0)}{2} + j \sin \frac{\phi_p(0)}{2} \\ {}^3q_f(0) = \cos \frac{\phi_f(0)}{2} + k \sin \frac{\phi_f(0)}{2} \\ {}^3q_h(0) = \cos \frac{\phi_h(0)}{2} + i \sin \frac{\phi_h(0)}{2}, \end{cases} \quad (17)$$

参考文献:

- [1] 姜景山. 空间科学与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
JIANG J SH. *Space science and application*. [M] Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [2] 颜昌翔 王家骥. 航天相机像移补偿计算的坐标变换法[J]. 光学 精密工程, 2000, 8(6): 50-54.
YAN CH X, WANG J Q. Method of coordinate transformation for IM & IMC calculation in aerospace camera system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2000, 8(6): 50-54. (in Chinese)
- [3] 福建, 李英才. CCD 相机像移的补偿[J]. 光子学报, 1998, 27(10): 944-948.
DING F J, LI Y C. Forward motion compensation of CCD camera by means of computer software[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, 27(10): 944-948. (in Chinese)
- [4] 李友一. 空间相机中的偏流角控制[J]. 光学 精密工程, 2002, 10(4): 402-406.
LI Y Y. Study of the drift angle control in a space camera[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10(4): 402-406. (in Chinese)
- [5] 沈为民, 薛鸣球, 余建军. 长波红外广角地平仪镜头的光学设计[J]. 光学 精密工程, 2002, 10(4): 329-332.
SHEN W M, XUE M Q, YU J J. Optical design of a wide angle lens for long wave infrared earth sensors[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10(4): 329-332. (in Chinese)

作者简介: 刘延斌(1971-), 男, 吉林德惠人, 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生, 主要研究方向为半实物仿真。

其中, $\phi_p(0)$, $\phi_f(0)$, $\phi_h(0)$ 即为在轨道坐标系中标定的用欧拉角表示的卫星初始方位。

对于 1q 、 2q 的四元数运动学方程, 依据与上述一致的方法可实时求解。由于篇幅有限, 这里就不再赘述。

5 结 论

(1) 本文在原有的四元数矩阵的基础上, 从形式上做了改进, 使其实现了与旋转齐次坐标变换矩阵等同的功能, 从而进一步加强了四元数与坐标齐次变换矩阵的内在联系;

(2) 运用四元数矩阵和坐标齐次变换矩阵混合建模, 发挥两种方法的优点, 系统地建立了以四元数为时间变量的像面位置方程, 并详细阐述了四元数实时求解的算法, 从而使数学模型更加实用。同时对该求解方法进行了计算机模拟, 结果证明比单纯采用坐标变换的求解方法运算速度快。